

Inteligencia en Redes de Comunicaciones

Razonamiento bajo incertidumbre

Julio Villena Román

jvillena@it.uc3m.es



Razonamiento humano

- En el razonamiento humano hay que trabajar con la incertidumbre:
 - la información puede **no existir** o **no estar disponible**
 - la información puede ser **ambigua**
 - la representación puede ser **imprecisa** o **inconsistente**
 - los datos pueden ser meras **interpretaciones** hechas por las personas
- ¿cómo modelar computacionalmente esta incertidumbre?



Índice

- Incertidumbre e imprecisión
- Modelos de tratamiento de la incertidumbre
 - Lógica multivalorada
 - Lógica borrosa
 - Factores de incertidumbre
 - Inferencia bayesiana



Incertidumbre e imprecisión

Principio de incompatibilidad de Zadeh

“A medida que aumenta la complejidad de un sistema, nuestra capacidad para hacer afirmaciones sobre su comportamiento que sean precisas y, al mismo tiempo, significativas, va disminuyendo, hasta alcanzar un umbral por debajo del cual precisión y significación (o pertinencia) llegan a ser características casi mutuamente excluyentes”



Incertidumbre e imprecisión

- **Proposición incierta**

su valor de verdad o falsedad no se conoce
o no se puede determinar

- **Proposición imprecisa**

aquella referida a una variable cuyo valor no
puede determinarse con exactitud

- una proposición incierta puede ser precisa
- una proposición imprecisa puede no ser incierta



Ejemplo

```
IF (paciente, fiebre, mucha)
    AND (paciente, tose, bastante)
    AND (paciente, dolor_muscular, sí)
THEN (paciente, padece, gripe)
    OR (paciente, padece, bronquitis)
    OR (paciente, padece, tuberculosis)
    OR ...
```

- proposición incierta
- proposición imprecisa para algunas variables



Ejemplo

¿Tose mucho el paciente?

→ proposición imprecisa



Grado de creencia y grado de verdad

- En la incertidumbre, la proposición es verdadera o es falsa, sólo que no se sabe

grado de creencia

- En la imprecisión sabemos que la variable tiene un valor, pero no lo conocemos

grado de verdad (subjetivo)



Información imperfecta

Ítem de información =
(atributo, objeto, valor, confianza)

- **atributo**: función vinculada a un valor o valores
- **objeto**: entidad a la que se refiere la información
- **valor**: subconjunto del dominio de referencia asociado al atributo
- **confianza**: fiabilidad del ítem de información



Modelos

- Modelos teóricos

- Extensiones de la lógica
- Teoría de la evidencia (“credibilidad” y “plausibilidad”)
- Teoría de la posibilidad (“necesidad” y “posibilidad”)

- Modelos heurísticos

- Factores de incertidumbre (MYCIN)
- Teoría de inferencia bayesiana (PROSPECTOR)



Lógica de predicados de orden superior

- la lógica de predicados de orden superior permite ontologías con las que se pueden expresar **relaciones entre relaciones**:
 - propiedades de relaciones
 - relaciones entre propiedades
- **reification**: pasar a considerar las relaciones como objetos



Lógica multivalorada

- Extiende la idea binaria de “verdad” y “falsedad” y considera un conjunto (finito o infinito) de valores entre absolutamente verdadero (1) y absolutamente falso (0)
- Misma sintaxis que la lógica binaria, pero ahora cada sentencia tiene un cierto **grado de satisfacción** $g(S)$ entre 0 y 1
- Reglas de Lukasiewicz: calcular el $g(S)$ de una sentencia completa a partir de los $g(S)$ de sus componentes



Reglas de Lukasiewicz (1930)

- $g(\neg S) = 1 - g(S)$
- $g(S1 \wedge S2) = \min(g(S1), g(S2))$
- $g(S1 \vee S2) = \max(g(S1), g(S2))$
- $g(S1 \Rightarrow S2) = 1$ si $g(S1) \leq g(S2)$
 $1 - g(S1) + g(S2)$ si $g(S1) \geq g(S2)$

o

- $g(S1 \Rightarrow S2) = \max(1 - g(S1), \min(g(S1), g(S2)))$
corresponde a $\neg S1 \vee (S1 \wedge S2)$

...



Lógica no monótona

- La lógica clásica tiene un **carácter monótono**, es decir, dado un conjunto de sentencias $S1$ tal que se puede inferir C , al añadir otro conjunto de sentencias $S2$, se tiene que seguir infiriendo C a partir de $S1 \cup S2$
- Con la **lógica no monótona**, a medida que avanza el proceso inferencial, nuevas evidencias o acciones del mismo sistema pueden anular premisas o conclusiones anteriores inconsistentes
- **Razonamiento por defecto**: “válido mientras no se demuestre lo contrario”, crea reglas o leyes tentativas (*provisionales*) para resolver problemas en los que se carece de una teoría sólida y contrastada
- **Razonamiento de sentido común**: establece conclusiones a partir de información parcial, que pueden revisarse o desecharse al obtener nueva información o evidencia del dominio (ej: ave – pingüino)



Lógica modal

- La lógica modal es aquella que incluye tipos especiales de predicados sobre predicados, llamados **modalidades**: “creo que”, “es posible que”, “es necesario que” ...
 - Una proposición es **posible** si puede ser verdadera, independientemente de que lo sea o no.
 - Una proposición es **necesaria** si no es posible que sea falsa.
 - Una proposición es **contingente** si no es necesariamente verdadera, es decir, si es posiblemente verdadera y posiblemente falsa
- La lógica modal es **intencional**, esto es, el valor de verdad de una proposición compleja afectada por una modalidad no puede determinarse a partir del valor de verdad de sus proposiciones elementales.
- Base de los **agentes BDI** (creencias, deseos, intenciones)



Lógica borrosa

Levantar **suavemente** el pie del embrague

Sacar del horno cuando **empiece a** estar dorado

Al hacer **algo** de frío, Ana **suele** coger el abrigo

Hoy hace un frío **que pela**

Es **casi seguro** que Ana se pondrá el abrigo



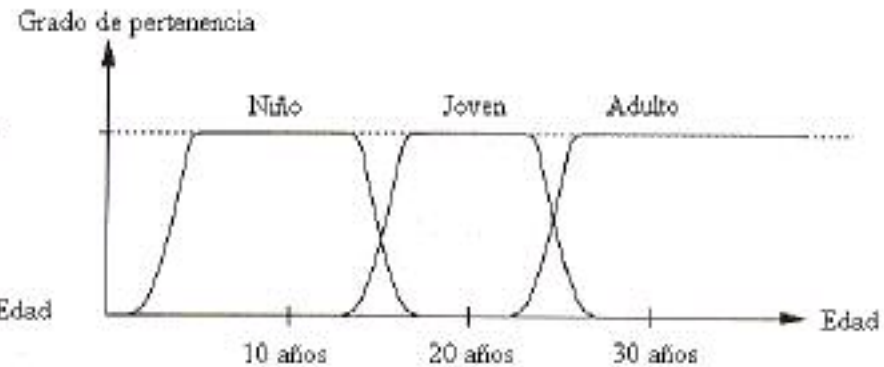
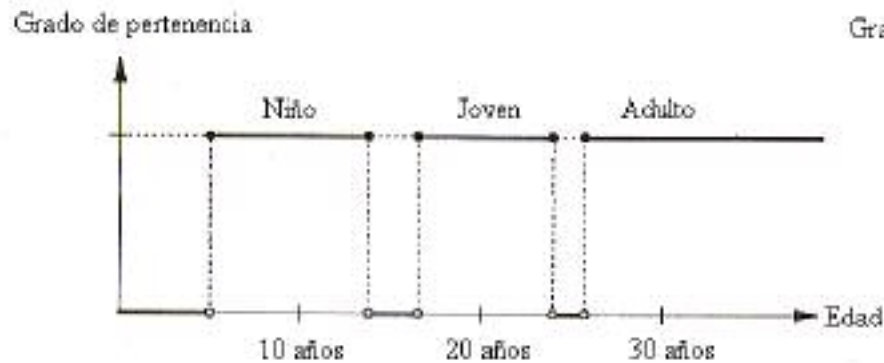
Lógica borrosa (2)

- Va más allá que la lógica multivalorada
- No sólo hay una infinidad de valores semánticos entre “verdadero” y “falso”, además son **imprecisos**
- Intervienen matices (relaciones entre “difícil” y “muy difícil”, entre “casi con seguridad” y “es probable”) imposibles de abordar con la simple extensión del conjunto de valores de satisfacción de las sentencias



Técnicas borrosas

- Conjunto borroso



- Sistemas expertos con reglas borrosas

```
IF (persona es ADULTO) THEN  
    riesgo_de_infarto(MEDIO)
```



Teoría de la evidencia (Dempster-Shafer)

- Es una extensión a la teoría de la probabilidad, ya que los autores consideraban que ciertas situaciones no eran representadas adecuadamente con dicha teoría:

- La "ignorancia"
- La creencia no asignada

(la probabilidad no distingue entre ignorancia e incertidumbre debido a información incompleta)

- Grado de creencia, grado de duda, grado de verosimilitud o plausibilidad, intervalo de creencia



Teoría de la evidencia (2)

- No precisa de un modelo de probabilidad completo
- Intenta sacar beneficio de la utilización de **conjuntos de hipótesis** en lugar de las hipótesis por separado
- **Reasignación de probabilidad de creencia en las hipótesis** cuando cambian las evidencias
- Modela la **disminución del conjunto de hipótesis** de trabajo a partir de la acumulación de evidencias



Factores de incertidumbre

- Uno de los primeros enfoques para el tratamiento de la incertidumbre en sistemas expertos (MYCIN)
- Consiste en un sistema de producción en el que los hechos y las reglas llevan asociados **factores de incertidumbre**, números comprendidos entre -1 y +1
- De esta manera se asocia una medida de incertidumbre a cada conclusión a la que llegue el sistema
- Esta incertidumbre depende de la incertidumbre de la información inicial y de la incertidumbre de las reglas



Funciones de cálculo

IF evidencia THEN hipótesis

Funciones de propagación: f_{prop}

IF evidencia1 AND/OR evidencia2 THEN hipótesis

Funciones de composición de hipótesis: f_{and} y f_{or}

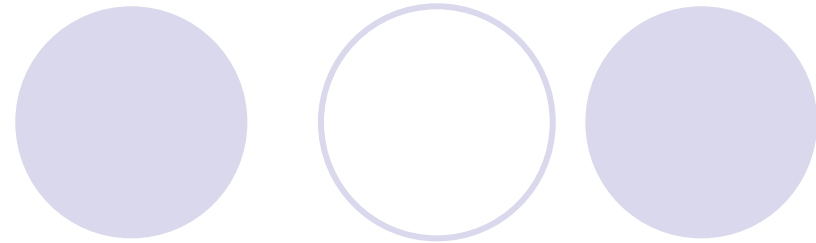
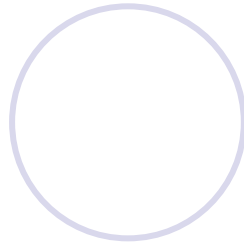
IF evidencia1 THEN hipótesis

IF evidencia2 THEN hipótesis

Funciones de reglas con igual conclusión: f_{co}



Ejemplo



f_{co} :

$$c = c_1 + c_2 - c_1 \cdot c_2 \text{ si } c_1 + c_2 \geq 0$$

$$c = \frac{c_1 + c_2}{1 - \min(|c_1|, |c_2|)} \text{ si } c_1 + c_2 < 0$$

- R1: Si tiene fiebre entonces padece gripe (0,5)
- R2: Si tiene fiebre entonces padece bronquitis (0,1)
- R3: Si tiene fiebre entonces padece tuberculosis (0,4)
- R4: Si tose mucho entonces padece gripe (0,1)
- R5: Si tose mucho entonces padece bronquitis (0,7)
- R6: Si tose mucho entonces padece tuberculosis (0,2)
- R7: Si tiene dolores musculares entonces padece gripe (0,7)
- R8: Si tiene dolores musculares entonces padece bronquitis (0,2)
- R9: Si tiene dolores musculares entonces padece tuberculosis (0,1)

evidencia: fiebre (-0,8), tos (0,9), dolores (1,0)



Inferencia bayesiana

- Teorema de Bayes

$$P(H_j|E_i) = \frac{P(H_j)P(E_i|H_j)}{\sum_j P(H_j)P(E_i|H_j)}$$

modela la probabilidad de que un suceso E_i sea debido a una causa (hipótesis) H_j

- Las causas H_j tienen que ser **mutuamente excluyentes**
- La ecuación se modifica para combinar evidencias (E_2 “*se produce después*” de E_1)



Redes bayesianas

• En la practica, H_j no es **causa directa** de E_i , sino que existe una cadena completa de causas

(RED CAUSAL)

